이차함수

1. 이차함수와 그 그래프
2. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

스키 점프대에서 도약하는 선수의 높이와 시간 사이의 관계,
자동차의 속력과 제동 거리 사이의 관계 등과 같이
우리 생활 주변에는 이차함수로 나타낼 수 있는 현상이 많이 있다.
이차함수의 관계가 있는 두 양을 그래프로 나타내면 여러 가지 문제를
쉽고 간단하게 해결하는 데 도움이 된다.

배운 내용

- 좌표와 그래프(중1)
- 일차함수와 그 그래프(중2)

이 단원에서는

Ⅲ-1 이차함수의 뜻
이차함수 $y=ax^2$의 그래프

Ⅲ-2 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

배울 내용

- 이차방정식과 이차함수 (고등학교 수학)

| 준비 학습 |

1 다음 보기 중에서 일차함수인 것을 모두 찾으시오. 중2

보기

ㄱ. $y=x+1$　　ㄴ. $y=-\frac{1}{x}$

ㄷ. $y=x^2$　　ㄹ. $y=x(x+1)$

ㅁ. $y-2=x+3$

2 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하시오. 중2

(1) $y=2x+4$　　(2) $y=2x-3$

3 다음 빈칸에 알맞은 수를 쓰시오. 중3

(1) $x^2+6x+\square=(x+\square)^2$

(2) $x^2+\square x+4=(x+\square)^2$

대단원 포트폴리오

이 단원을 학습하면서 다음 중에서 하나를 선택하여 작성해 보자.

- ☐ 수학 달력　☐ 수학 게임　☐ 수학 포스터
- ☐ 수학 만화　☐ 수학사 보고서　☐ 수학 비주얼 싱킹

● 포트폴리오 예시와 길잡이 ▶ 226쪽

1

이차함수와 그 그래프

수학 + 과학

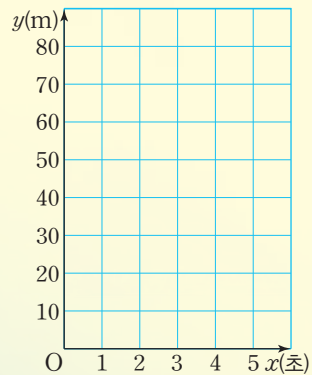
어느 스카이다이버는 특수 비행체를 이용하여 지상으로부터 약 40 km 높이까지 올라간 후 그 지점에서부터 약 36 km를 4분여 동안 자유 낙하하였다고 한다. 지상 40 km 높이에서는 공기가 희박하므로 공기의 저항을 거의 받지 않는 자유 낙하를 경험할 수 있다. 대부분의 항공기가 지상 10 km 안팎의 높이에서 비행하는 것과 비교하면 그가 얼마나 높은 곳에서 낙하한 것인지 알 수 있다.

(참고 자료: Niver, H. M., “Skydiving(Thrill Seekers)”)

단원 활동 자유 낙하에서 시간과 거리 사이의 관계를 나타내는 그래프의 모양에 대하여 알아보자.

활동 1 오른쪽 그림은 어느 스카이다이버가 자유 낙하하기 시작한 후, 시간에 따른 낙하 거리를 나타낸 것이다. 낙하 시간을 x초, 낙하 거리를 y m라고 할 때, 다음 표의 빈칸을 알맞게 채워 보자.

x	0	1	2	3	4	⋯
y	0	5				⋯

활동 2 활동 1의 표에서 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 다음 좌표평면 위에 나타내고, 그 점을 매끄러운 선으로 연결해 보자.

위의 활동으로 **알게 된 것**과 **나의 학습 계획**을 적어 보자.

알게 된 것
- ▶ 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낼 수 있다. 예 ☐ 아니요 ☐
- ▶ 두 변수 사이의 관계를 나타내는 그래프의 모양은 곡선임을 알 수 있다. 예 ☐ 아니요 ☐

학습할 내용 ▶ 이차함수의 뜻 ▶ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

학습 계획

학습 계획안 예시
- 예습과 복습을 열심히 하겠다.
- 수업 시간에 집중하겠다.
- 수학에 대한 자신감을 키우겠다.
- 모둠 활동에 적극적으로 참여하겠다.

이차함수의 뜻

• 이차함수의 의미를 이해한다.

이차함수는 무엇일까?

개 념 열 기

웨이퍼
반도체를 만드는 토대가 되는 얇은 판으로 보통 원 모양으로 제작된다.

반지름의 길이가 100 mm인 원 모양의 웨이퍼보다 반지름의 길이가 x mm만큼 긴 원 모양의 웨이퍼의 넓이를 y mm^2라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 원주율은 간단히 3으로 계산한다.)

1 y를 x에 대한 식으로 나타내시오.

2 y가 x의 함수인지 말하시오.

위의 개념 열기에서 반지름의 길이가 $(100+x)$ mm인 원 모양의 웨이퍼의 넓이 y mm^2는

$$y=3(100+x)^2=3x^2+600x+30000$$

이므로 y는 x에 대한 이차식으로 나타낼 수 있다.

이때 이 식에서 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 오직 하나씩 대응하므로 y는 x의 함수이다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 이차식

$$y=ax^2+bx+c\,(a,\ b,\ c\text{는 수},\ a\neq 0)$$

로 나타날 때, 이 함수를 x에 대한 **이차함수**라고 한다.

스스로 확인하기

괄호 안의 알맞은 것에 ○표를 해 보자.

(1) 함수 $y=x^2$, $y=x(x-1)+1$은 모두 (이차함수이다./이차함수가 아니다.)

(2) 함수 $y=2x+1$, $y=-\dfrac{1}{x}$은 모두 (이차함수이다./이차함수가 아니다.)

다음 중에서 이차함수인 것을 모두 찾으시오.

(1) $y=x(x-2)+3$

(2) $y=\dfrac{2}{x}$

(3) $y=3x-1$

(4) $h=(t-1)^2$

문제 02

다음에서 y를 x에 대한 식으로 나타내고, 이차함수인 것을 모두 찾으시오.

(1) 밑변의 길이가 $2x$ cm, 높이가 $(x+3)$ cm인 삼각형의 넓이 y cm^2

(2) 자전거를 타고 시속 10 km로 x시간 동안 달린 거리 y km

(3) 꼭짓점의 개수가 x개인 다각형의 대각선의 개수 y개

10 m 높이의 다이빙대에서 도약한 선수의 t초 후의 높이를 h m라고 하면 $h=-5t^2+5t+10$인 관계가 성립한다고 한다. 이때 도약한 지 0.4초 후의 선수의 높이를 구하시오.

풀이 $t=0.4$일 때의 함숫값을 구하면

$$h=-5\times(0.4)^2+5\times0.4+10=11.2$$

따라서 도약한 지 0.4초 후의 선수의 높이는 11.2 m이다.

답 11.2 m

문제 03

1 m 높이의 발사대에서 쏘아 올린 물 로켓의 x초 후의 높이를 y m라고 하면 $y=-5x^2+10x+1$인 관계가 성립한다고 한다. 이때 쏘아 올린 지 1초 후의 물 로켓의 높이를 구하시오.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프

• 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.

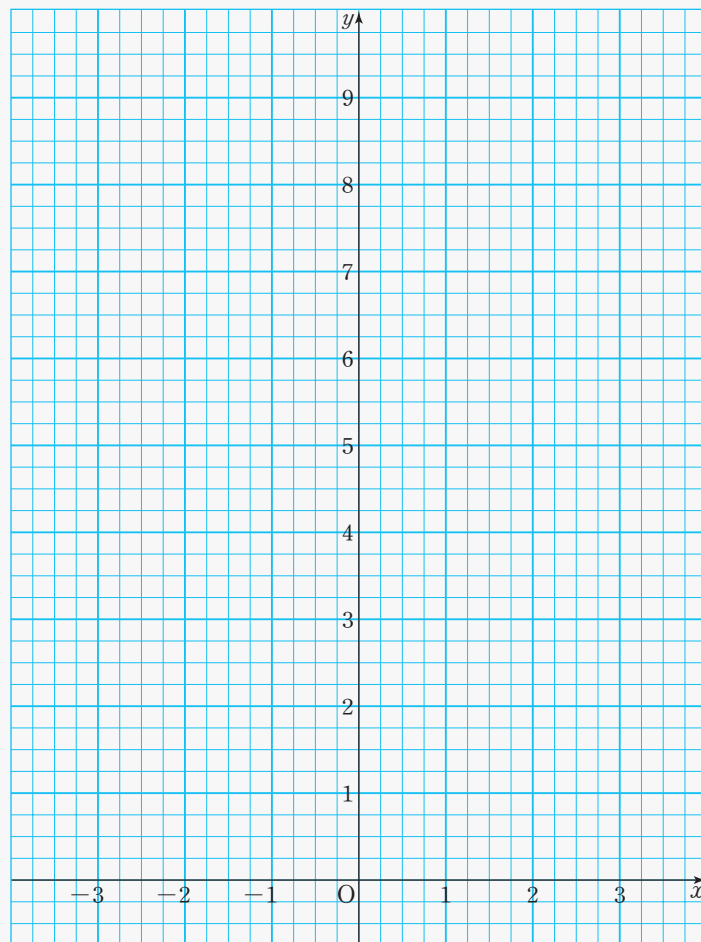
이차함수 $y=x^2$의 그래프는 어떻게 그릴까?

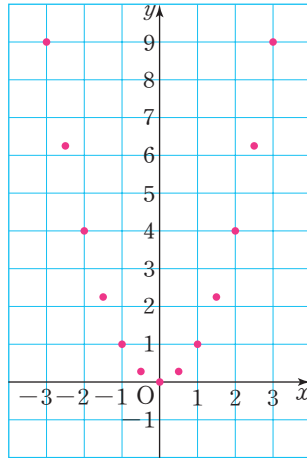
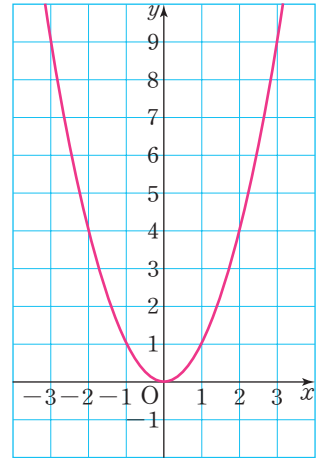
개 념 열 기

다음 표는 이차함수 $y=x^2$에 대하여 x의 각 값에 대응하는 y의 값을 나타낸 것이다.

x	$\cdots$	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	$\cdots$
y	$\cdots$	9	6.25	4	2.25			0							$\cdots$

1 위의 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

2 위의 표에서 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 아래의 좌표평면 위에 나타내시오.

앞의 개념 열기에서 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같다.

이때 x의 값의 범위를 수 전체로 확장하면 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 〈그림 2〉와 같이 원점을 지나는 매끄러운 곡선이 된다.

〈그림 1〉 〈그림 2〉

위의 〈그림 2〉에서 알 수 있듯이 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록하며 y축에 대칭인 곡선이다.

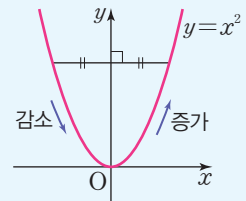
또 $x<0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, $x>0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

이차함수 $y=x^2$의 그래프

❶ 원점을 지나고 아래로 볼록한 곡선이다.

❷ y축에 대칭이다.

❸ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
$x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

| 참고 | 특별한 말이 없으면 이차함수에서 x의 값의 범위는 수 전체로 생각한다.

이차함수 $y=x^2$의 그래프는 원점을 제외하고 x축보다 위쪽에 있다. 그 이유를 설명하시오.

◆ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 어떻게 그릴까?

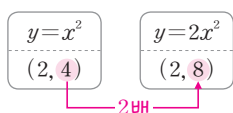
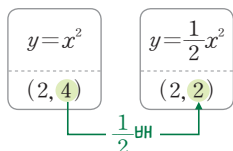
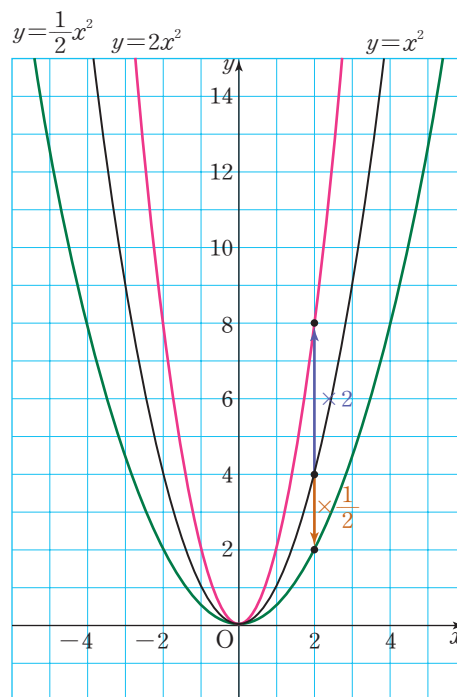
개 념 열 기

다음 표는 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=2x^2$에 대하여 x의 각 값에 대응하는 y의 값을 나타낸 것이다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$y=x^2$	$\cdots$	9			0			9	$\cdots$
$y=2x^2$	$\cdots$	18			0			18	$\cdots$

1 위의 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

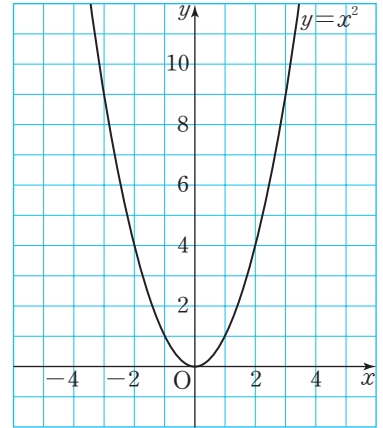
2 x의 각 값에 대하여 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=2x^2$의 함숫값을 비교하시오.

위의 개념 열기에서 x의 각 값에 대하여 이차함수 $y=2x^2$의 함숫값은 이차함수 $y=x^2$의 함숫값의 2배임을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2$의 그래프 위의 각 점에 대하여 y좌표를 2배로 하는 점을 잡아서 그릴 수 있다.

같은 방법으로 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2$의 그래프 위의 각 점에 대하여 y좌표를 $\frac{1}{2}$배로 하는 점을 잡아서 그릴 수 있다.

이때 이차함수 $y=2x^2$과 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 마찬가지로 원점을 지나고 아래로 볼록하며 y축에 대칭인 곡선이다.

일반적으로 $a>0$일 때, 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프 위의 각 점에 대하여 y좌표를 a배로 하는 점을 잡아서 그릴 수 있다.

문제 02 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=3x^2$

(2) $y=\frac{1}{3}x^2$

이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 그려 보자.

다음 표는 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=-x^2$에 대하여 x의 각 값에 대응하는 y의 값을 나타낸 것이다.

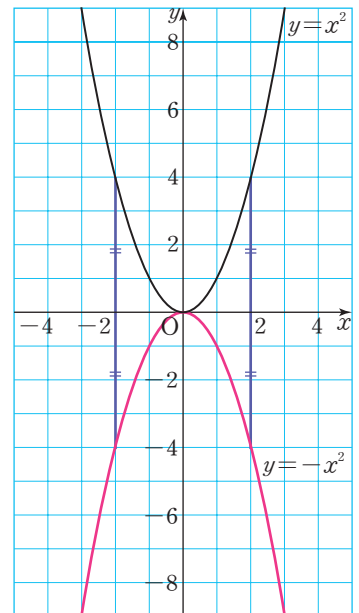
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$y=x^2$	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$y=-x^2$	$\cdots$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	$\cdots$

위의 표에서 x의 각 값에 대하여 이차함수 $y=-x^2$의 함숫값은 이차함수 $y=x^2$의 함숫값과 절댓값은 같고 부호는 반대임을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2$의 그래프 위의 각 점에 대하여 x축에 대칭인 점을 잡아서 그릴 수 있다.

즉, 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 곡선이다.

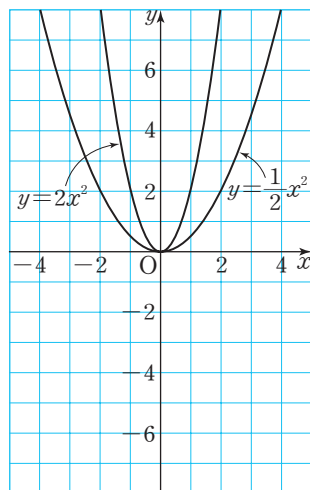
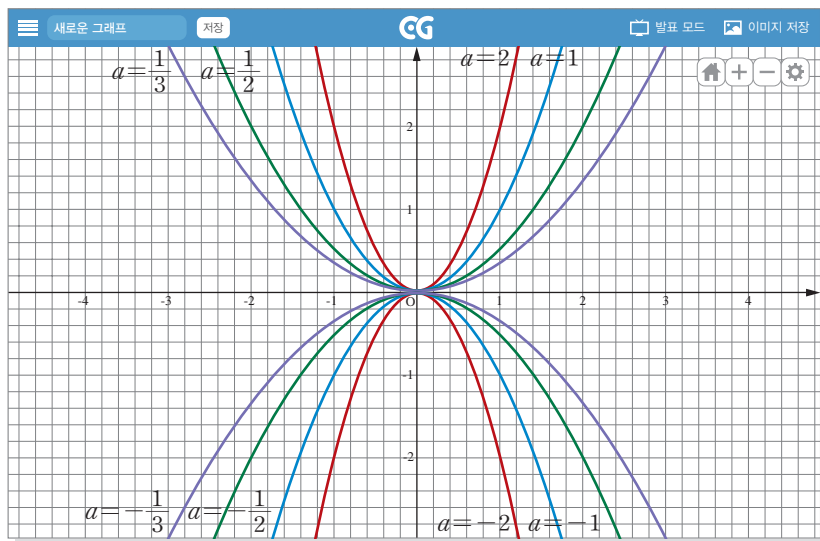
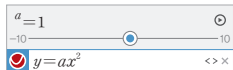
이때 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 원점을 지나고 위로 볼록하며 y축에 대칭인 곡선이다.

일반적으로 $a>0$일 때, 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 위의 각 점에 대하여 x축에 대칭인 점을 잡아서 그릴 수 있다.

문제 03 두 이차함수 $y=2x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 각각 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=-2x^2$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$

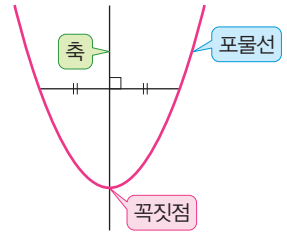
이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 성질을 알아보자.

이 단원에서 이용한 공학적 도구는 '이지그래프(http://www.ebsmath.co.kr/easyGraph)'이다.

다음 그림은 공학적 도구를 이용하여 a의 값이 -2, -1, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2일 때, 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그린 것이다.

이지그래프에서 $y=ax^2$을 입력하면 a의 값을 조절할 수 있는 슬라이더가 나타나는데, 이를 좌우로 움직이면 a의 값이 변하면서 그에 따른 그래프가 그려진다.

위의 그림에서 알 수 있듯이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 항상 원점을 지나며, $a>0$일 때 아래로 볼록하고, $a<0$일 때 위로 볼록한 곡선이다.

이때 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이며 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

또 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 서로 대칭이다.

포물선(抛物線)은 '물건을 던질 때 물건이 지나는 자리가 그리는 곡선'이라는 뜻이다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선을 **포물선**이라고 한다. 포물선은 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 **축**이라 하고, 포물선과 축의 교점을 포물선의 **꼭짓점**이라고 한다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 y축을 축으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프

❶ y축을 축으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

❷ $a>0$일 때 아래로 볼록하고, $a<0$일 때 위로 볼록하다.

❸ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

❹ 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭이다.

문제 04 다음 보기의 이차함수의 그래프에 대하여 물음에 답하시오.

보기

ㄱ. $y=-4x^2$　　ㄴ. $y=\frac{1}{3}x^2$　　ㄷ. $y=-\frac{3}{2}x^2$　　ㄹ. $y=4x^2$

(1) 그래프가 아래로 볼록한 것을 모두 찾으시오.

(2) 그래프가 x축에 서로 대칭인 것끼리 짝 지으시오.

(3) 그래프의 폭이 가장 넓은 것을 찾으시오.

문제 해결

수학 역량 기르기

문제를 해결할 때는

✔ 문제의 뜻을 분명하게 이해한다.

✔ 문제의 조건과 정보를 파악한다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프에 대한 세 학생의 대화에서 각각 틀린 부분을 찾아 바르게 고치시오.

지호: 그래프의 폭이 넓을수록 a의 값이 커.

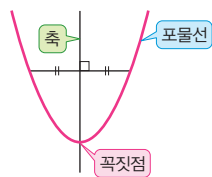
하은: $a>0$일 때는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가해.

소윤: 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 y축에 서로 대칭이야.

중단원 학습 점검

개념 정리

● 이차함수

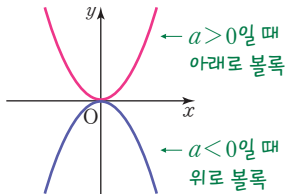
$y=5x^2+3x+1$ ← y가 x에 대한 이차식으로 나타나는 함수

이차식

● 포물선, 축, 꼭짓점

● 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

❶ y축을 축으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

❷ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

❸ 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭이다.

O, X 문제

다음 문장이 옳으면 O, 옳지 않으면 X를 ( ) 안에 쓰시오.

1 $y=x(x+1)-x^2$은 이차함수이다. ( )

2 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 y축에 대칭이다. ( )

3 두 이차함수 $y=2x^2$과 $y=-3x^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 같다. ( )

4 두 이차함수 $y=2x^2$과 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 x축에 서로 대칭이다. ( )

기초 문제

1 다음 보기 중에서 y가 x에 대한 이차함수인 것을 모두 찾으시오.

• 보기 •

ㄱ. 반지름의 길이가 $(x+1)$ cm인 구의 겉넓이 y cm^2

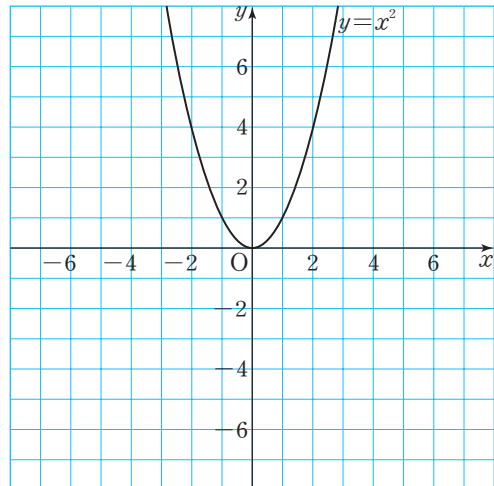
ㄴ. 밑면의 반지름의 길이가 5 cm이고 높이가 $2x$ cm인 원기둥의 부피 y cm^3

ㄷ. 윗변의 길이가 2 cm, 아랫변의 길이가 $(x+2)$ cm, 높이가 x cm인 사다리꼴의 넓이 y cm^2

ㄹ. x시간 동안 10 km를 달린 자동차의 속력은 시속 y km

2 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=2x^2$　　(2) $y=-\frac{1}{3}x^2$

정답 및 해설 ▸ 254쪽

기본 문제

3 이차함수 $f(x)=-2x^2+x-3$에 대하여 $f(-1)+2f(0)$의 값을 구하시오.

4 다음은 이차함수 $y=5x^2$의 그래프에 대한 학생들의 대화이다. 옳게 설명한 학생을 모두 찾으시오.

준우: 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이야.

소윤: 축은 y축이야.

서준: 위로 볼록한 포물선이야.

하은: 이차함수 $y=-5x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭이야.

5 다음 보기의 이차함수의 그래프에 대하여 물음에 답하시오.

• 보기 •

ㄱ. $y=6x^2$	ㄴ. $y=-\frac{2}{3}x^2$
ㄷ. $y=\frac{1}{2}x^2$	ㄹ. $y=-4x^2$

(1) 그래프가 위로 볼록한 것을 모두 찾으시오.

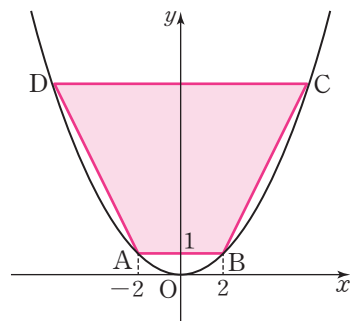
(2) 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하시오.

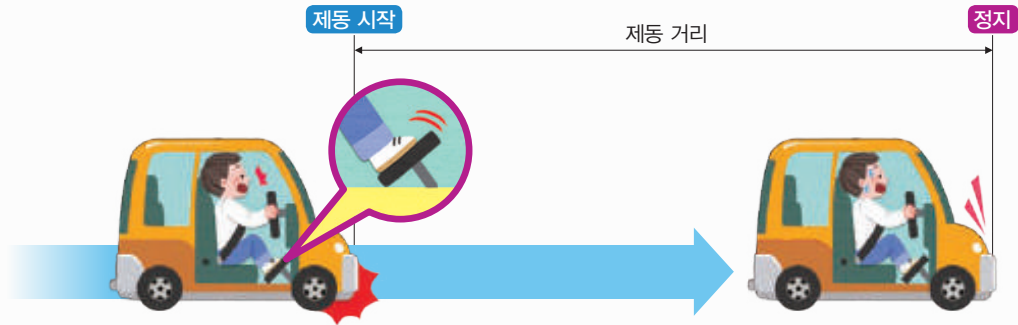
6 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 점 $(-2, b)$를 지나고, 이차함수 $y=-4x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭이다. 이때 두 수 a, b의 값을 각각 구하시오.

도전 문제

7 다음 그림과 같이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D가 있다. $A(-2, 1)$, $B(2, 1)$이고, $\overline{AB}$에 평행한 $\overline{CD}$의 길이가 12일 때, 사다리꼴 ABCD의 넓이를 구하시오.

스스로 푸는 자기 주도 학습 수학 익힘책 ▸ 234쪽

수행 과제 이차함수를 이용하여 안전거리를 구해 볼까? 문제 해결

활동 목표 이차함수를 이용하여 안전거리를 구할 수 있다.

자동차를 운전할 때, 전방의 위험을 감지하고 브레이크를 밟는 순간부터 자동차가 완전히 멈출 때까지 움직인 거리를 제동 거리라고 한다. 이때 제동 거리는 타이어와 도로의 상태 등에 영향을 받지만 같은 조건에서라면 달리는 속력의 제곱에 비례한다. 다음 문제를 해결해 보자.

1 자동차가 x km/h의 속력으로 달릴 때 제동 거리를 y m라고 하자. 어느 맑은 날 어떤 자동차로 같은 조건에서 조사하였더니 x와 y 사이에 오른쪽 표와 같은 관계가 있었다고 한다. y를 x에 대한 식으로 나타내 보자.

속력(km/h)	제동 거리(m)
28	4
42	9
56	16
70	25

(출처: 이홍로 · 조정권, "신 자동차 문화 백과")

2 **1**의 결과를 이용하여 달리는 자동차의 속력을 1.2배로 올리면 제동 거리는 몇 배로 늘어나는지 구해 보자.

3 **2**의 결과를 이용하여 속력을 올리면 안전거리를 더 많이 확보해야 하는 이유를 논리적으로 설명해 보자.

수학! 홍미를 더하다

갈릴레이가 발견한 낙하 운동 법칙

이탈리아의 과학자 갈릴레이(Galilei, Galileo, 1564~1642)는 물체의 낙하 운동을 처음으로 정확하게 발견한 사람이다. 그전까지만 해도 무거운 물체일수록 더 빠르게 떨어진다는 아리스토텔레스(Aristoteles, B.C. 384~B.C. 322)의 생각이 설득력이 있었지만 갈릴레이는 아리스토텔레스의 생각이 잘못되었음을 알고, 실험을 통해 정확한 낙하 운동 법칙을 발견했다.

중력에 의한 물체의 자유 낙하 속력은 너무 빨라 측정하기 힘들기 때문에 갈릴레이는 경사면을 따라 구슬을 굴러가게 하여 그 속력을 측정하는 실험을 하였다. 그는 구슬이 굴러갈 때 소리가 나도록 경사면에 일정한 간격으로 작은 홈을 파고, 일정 시간 동안 굴러가는 거리를 측정하였다. 그 결과, 갈릴레이는 구슬이 굴러가는 데 걸린 시간 t와 굴러간 거리 s 사이에 $s=at^2$의 관계식이 성립한다는 것을 발견했다. 여기서 a는 경사각에 따라 정해지는 수이다.

특히 경사각이 직각인 자유 낙하 상태에서 a는 $\frac{g}{2}$(g는 중력 가속도)가 된다.

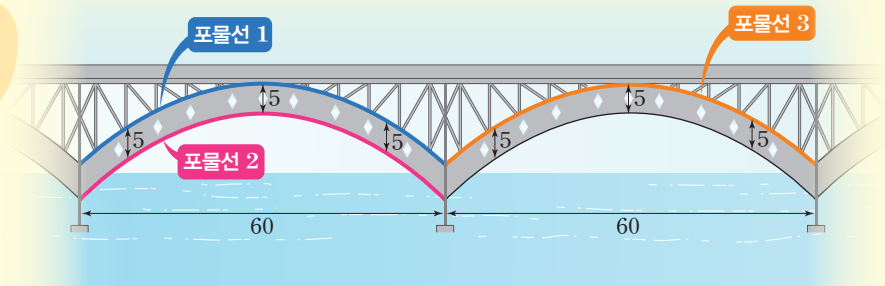
갈릴레이의 경사면 실험은 머릿속의 추상적인 개념을 실세계에 적용 가능한 식으로 나타낸 최초의 시도였다는 점에서 그 의미가 크다고 할 수 있다.

(참고 자료: MacDougal, D. W., "Newton's Gravity: An Introductory Guide to the Mechanics of the Universe")

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

수학 + 건축

아치형 다리는 그 모양이 원의 호, 포물선 등과 같은 곡선으로 만들어진 교량으로, 곡선의 아름다움과 주위 환경과의 조화 때문에 예로부터 건축물에 널리 이용되어 왔다. 특히 아치형 다리는 위에서 누르는 무게를 좌우로 잘 분산시켜 구조적 안정성도 갖추었다고 할 수 있다.

단원 활동 포물선 모양의 아치형 다리에서 이차함수의 그래프를 알아보자.

활동 1 위의 그림에서 ⟨포물선 1⟩을 아래쪽 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 ⟨포물선 2⟩와 겹쳐지는지 말해 보자.

활동 2 위의 그림에서 ⟨포물선 1⟩을 어느 쪽 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 ⟨포물선 3⟩과 겹쳐지는지 말해 보자.

위의 활동으로 **알게 된 것**과 **나의 학습 계획**을 적어 보자.

알게 된 것 ▶ 이차함수의 그래프의 평행이동을 이해할 수 있다. 예 ☐ 아니요 ☐

학습할 내용
▶ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프
▶ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

학습 계획

학습 계획안 예시

- 예습과 복습을 열심히 하겠다.
- 수업 시간에 집중하겠다.
- 수학에 대한 자신감을 키우겠다.
- 모둠 활동에 적극적으로 참여하겠다.

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

• 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 어떻게 그릴까?

개 념 열 기

다음 표는 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=x^2+3$에 대하여 x의 각 값에 대응하는 y의 값을 나타낸 것이다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$y=x^2$	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$y=x^2+3$	$\cdots$				3				$\cdots$

1 위의 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

2 x의 각 값에 대하여 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=x^2+3$의 함숫값을 비교하시오.

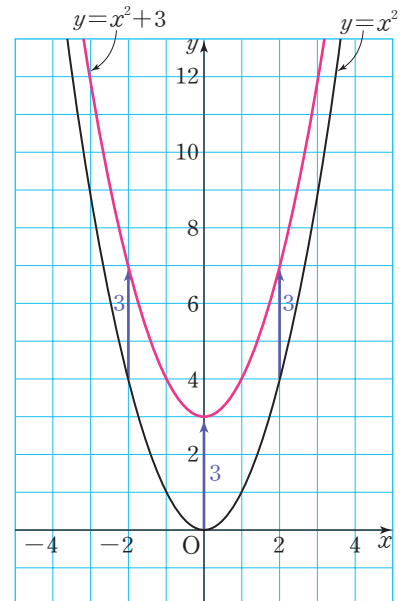
위의 개념 열기에서 x의 각 값에 대하여 이차함수 $y=x^2+3$의 함숫값은 이차함수 $y=x^2$의 함숫값보다 항상 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

중2 에서 배웠어요!

한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 평행이동이라고 한다.

따라서 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것과 같다.

이때 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 y축을 축으로 하고, 점 $(0, 3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

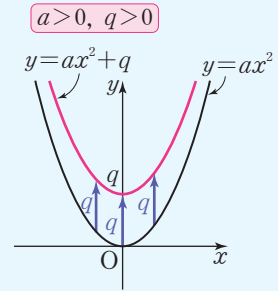
일반적으로 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것과 같다.

또 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 y축을 축으로 하고, 점 $(0, q)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동하여도 축은 변하지 않는다.

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

❶ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것과 같다.

❷ y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ q)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

문제 01 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하시오.

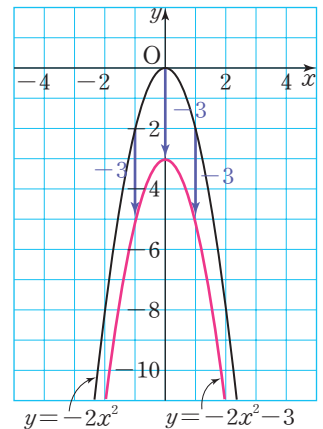
(1) $y=3x^2+4$

(2) $y=3x^2-2$

예제 1 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-2x^2-3$의 그래프를 그리고, 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

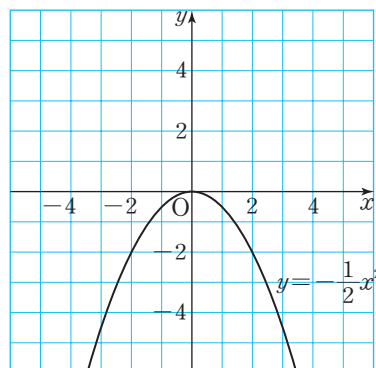
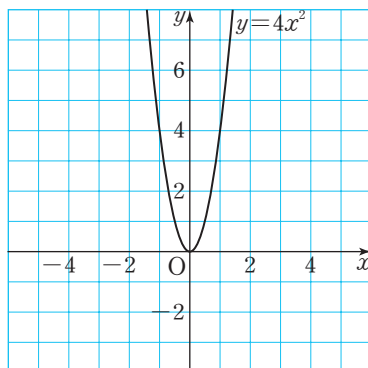
풀이 이차함수 $y=-2x^2-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것과 같다.

따라서 축의 방정식은 $x=0$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$이다.

y축의 방정식은 $x=0$이다.

답 풀이 참고

문제 02 두 이차함수 $y=4x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리고, 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

(1) $y=4x^2-2$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+3$

축의 방정식: ____________

꼭짓점의 좌표: ____________

축의 방정식: ____________

꼭짓점의 좌표: ____________

이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는 어떻게 그릴까?

개 념 열 기

다음 표는 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=(x-2)^2$에 대하여 x의 각 값에 대응하는 y의 값을 나타낸 것이다.

x	⋯	-3	-2	-1	0	1	2	3	⋯
$y=x^2$	⋯	9	4		0	1		9	⋯
$y=(x-2)^2$	⋯				4				⋯

1 위의 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

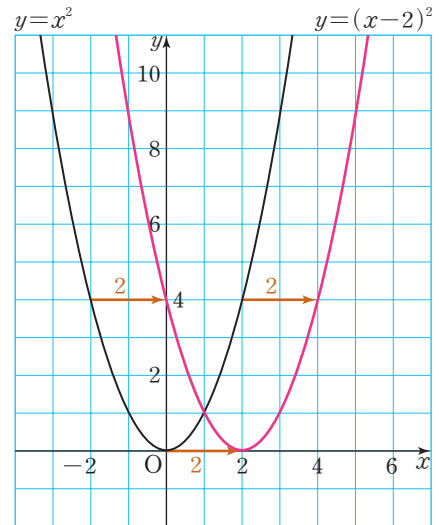
2 위의 표에서 x의 각 값에 대하여 이차함수 $y=x^2$의 함숫값을 오른쪽으로 몇 칸씩 이동하면 이차함수 $y=(x-2)^2$의 함숫값과 같아지는지 말하시오.

위의 개념 열기 **1**에서 표의 빈칸을 채우면 다음과 같다.

x	⋯	-3	-2	-1	0	1	2	3	⋯
$y=x^2$	⋯	9	4	1	0	1	4	9	⋯
$y=(x-2)^2$	⋯	25	16	9	4	1	0	1	⋯

앞의 표에서 x의 값이 -3, -2, -1, 0, 1일 때 이차함수 $y=x^2$의 함숫값은 x의 값이 -1, 0, 1, 2, 3일 때 이차함수 $y=(x-2)^2$의 함숫값과 각각 같음을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것과 같다.

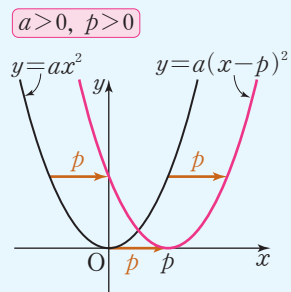
이때 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 직선 $x=2$를 축으로 하고, 점 $(2, 0)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

일반적으로 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것과 같다.

또 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 $(p, 0)$을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프

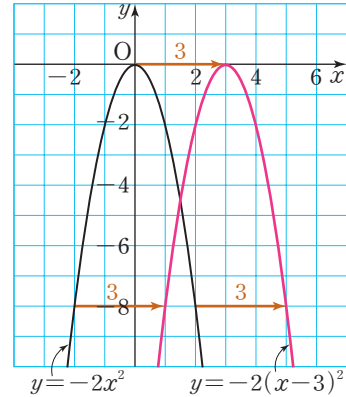
❶ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것과 같다.

❷ 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 $(p, 0)$을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

문제 03 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하시오.

(1) $y=3(x-4)^2$

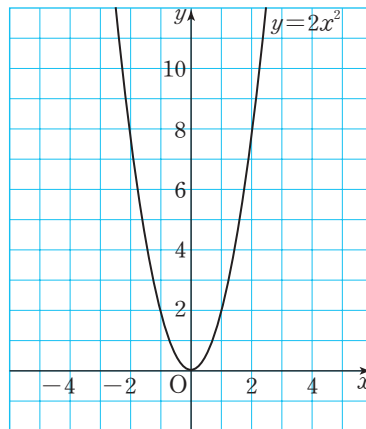
(2) $y=3(x+5)^2$

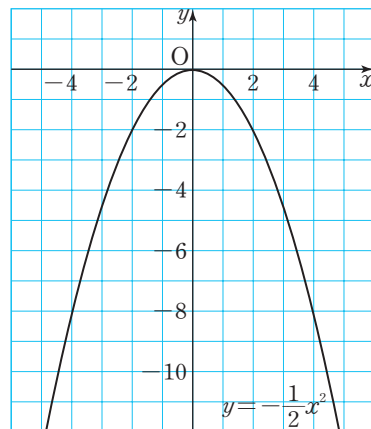
이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-2(x-3)^2$의 그래프를 그리고, 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

풀이 이차함수 $y=-2(x-3)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것과 같다.
따라서 축의 방정식은 $x=3$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$이다.

답 풀이 참고

문제 04 두 이차함수 $y=2x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리고, 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

(1) $y=2(x-2)^2$

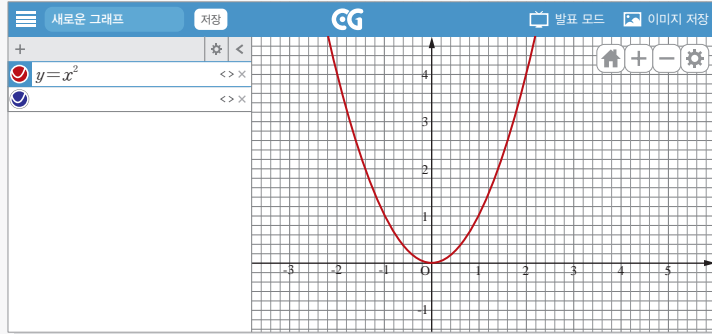
(2) $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$

축의 방정식: ______________

꼭짓점의 좌표: ____________

축의 방정식: ______________

꼭짓점의 좌표: ____________

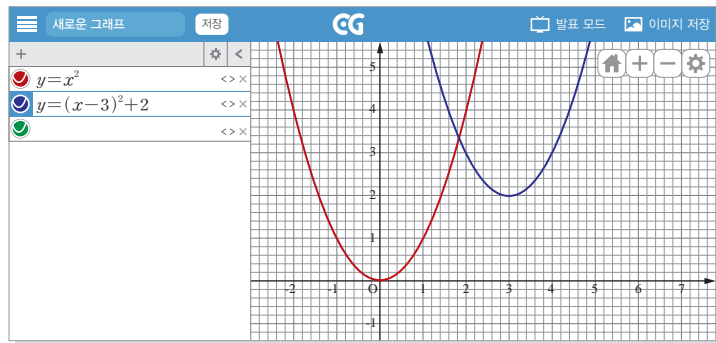
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 어떻게 그릴까?

개 념 열 기

다음은 공학적 도구를 이용하여 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그린 것이다.

1 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동했을 때, 함수의 그래프를 나타내는 식을 말하시오.

2 **1**에서 평행이동한 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동했을 때, 함수의 그래프를 나타내는 식을 말하시오.

위의 개념 열기 **2**에서 함수의 그래프를 나타내는 식은 $y=(x-3)^2+2$이다. 즉, 이차함수 $y=(x-3)^2+2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것과 같음을 알 수 있다.

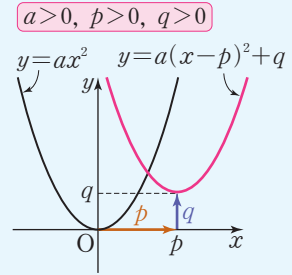
따라서 이차함수 $y=(x-3)^2+2$의 그래프는 다음 그림과 같이 직선 $x=3$을 축으로 하고, 점 $(3, 2)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

일반적으로 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것과 같다.

또 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 (p, q)를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

❶ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것과 같다.

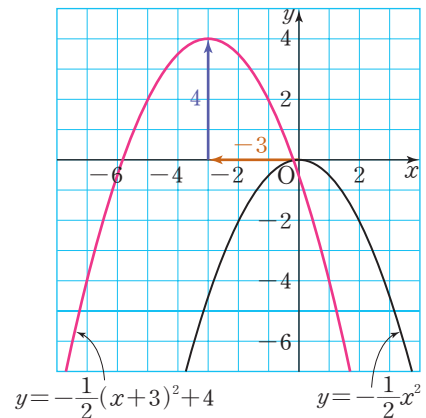
❷ 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 (p, q)를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

문제 05 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하시오.

(1) $y=\frac{2}{3}(x-5)^2+3$

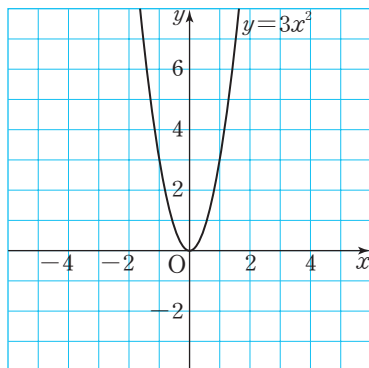
(2) $y=\frac{2}{3}(x+2)^2-6$

예제 3

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2+4$의 그래프를 그리고, 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

풀이 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2+4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같다.
따라서 축의 방정식은 $x=-3$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 4)$이다.

답 풀이 참고

문제 06 두 이차함수 $y=3x^2$, $y=-2x^2$의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리고, 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

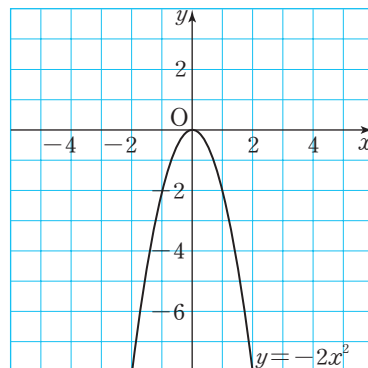
(1) $y=3(x+2)^2-3$

축의 방정식: ______

꼭짓점의 좌표: ______

(2) $y=-2(x-1)^2+2$

축의 방정식: ______

꼭짓점의 좌표: ______

추론

수학 역량 기르기

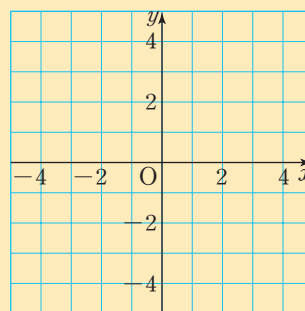
추론할 때는

- 관찰과 추측으로 수학적 사실을 이끌어 낸다.
- 추측한 내용이 참인지 확인한다.

다음 글을 읽고, 오른쪽 좌표평면 위에 '나'를 그리시오.

나를 소개합니다.

나는 위로 볼록한 포물선입니다.
나는 직선 $x=2$에 대칭이고,
점 $(2, 3)$을 지납니다.
나는 이차함수 $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 폭이 같습니다.

나를 그려 주세요.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

• 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 어떻게 그릴까?

개 념 열 기

다음은 이차함수 $y=x^2-2x+3$을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸는 과정이다.

$$\begin{aligned} y&=x^2-2x+3 \\ &=(x^2-2x+\square-\square)+3 \\ &=(x^2-2x+\square)-\square+3 \\ &=(x-\square)^2+\square \end{aligned}$$

1 위의 빈칸에 알맞은 수를 쓰시오.

2 이차함수 $y=x^2-2x+3$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인지 말하시오.

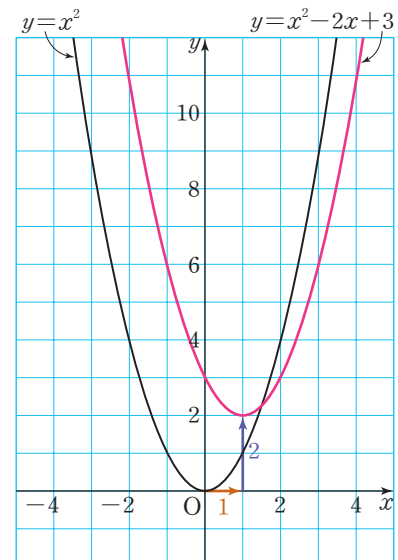
위의 개념 열기에서 이차함수 $y=x^2-2x+3$을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸면

$$y=x^2-2x+3=(x-1)^2+2$$

이다.

따라서 이차함수 $y=x^2-2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것과 같다.

이때 이차함수 $y=x^2-2x+3$의 그래프는 직선 $x=1$을 축으로 하고, 점 $(1, 2)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

또 $x=0$일 때 $y=3$이므로 y축 위의 점 $(0, 3)$을 지난다.

이와 같이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 이차함수의 식을

$$y=a(x-p)^2+q$$

의 꼴로 바꾸어 그릴 수 있다.

일반적으로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 성질은 다음과 같다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

❶ $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록한 포물선이다.

❷ y축 위의 점 $(0, c)$를 지난다.

❸ $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어 그래프를 그릴 수 있다.

문제 01 다음 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸고, 그래프의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

(1) $y=2x^2-4x+6$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$

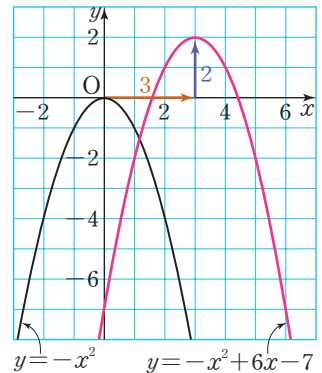
예제 1

이차함수 $y=-x^2+6x-7$의 그래프를 그리고, 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

풀이 이차함수 $y=-x^2+6x-7$을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸면

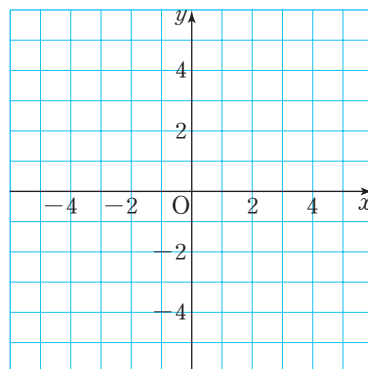
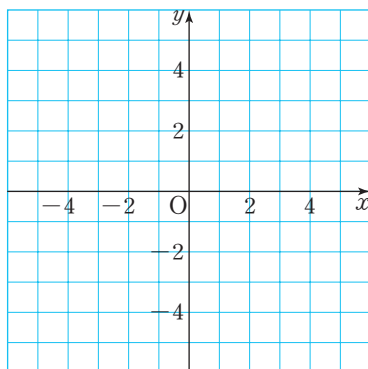
$$\begin{aligned} y=-x^2+6x-7&=-(x^2-6x)-7 \\ &=-(x^2-6x+9-9)-7 \\ &=-(x^2-6x+9)+9-7 \\ &=-(x-3)^2+2 \end{aligned}$$

따라서 이차함수 $y=-x^2+6x-7$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것과 같다.

이때 축의 방정식은 $x=3$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(3, 2)$이다.

답 풀이 참고

다음 이차함수의 그래프를 그리고, 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

(1) $y=3x^2-6x+1$　　　　(2) $y=-2x^2+8x-5$

축의 방정식: ________　　　　축의 방정식: ________

꼭짓점의 좌표: ________　　　　꼭짓점의 좌표: ________

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(3, -10)$일 때, 이 이차함수의 식을 구하시오.

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(3, -10)$인 이차함수의 식은

$$y=a(x-3)^2-10$$

과 같이 나타낼 수 있다.

이 이차함수의 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나므로 이 식에 $x=0$, $y=8$을 대입하면

$$8=a(0-3)^2-10,\ 8=9a-10,\ a=2$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=2(x-3)^2-10=2x^2-12x+8$$

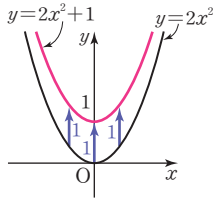
답 $y=2x^2-12x+8$

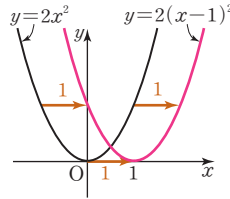
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0, 10)$을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-4, -6)$일 때, 이 이차함수의 식을 구하시오.

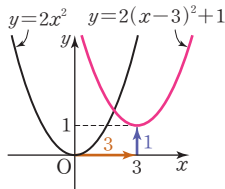
중단원 학습 점검

정답 및 해설 ▶ 256쪽

개념 정리

● 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

이차함수 $y=2x^2+1$의 그래프
➔ 축의 방정식: $x=0$
꼭짓점의 좌표: $(0,\ 1)$

● 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프

이차함수 $y=2(x-1)^2$의 그래프
➔ 축의 방정식: $x=1$
꼭짓점의 좌표: $(1,\ 0)$

● 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

이차함수 $y=2(x-3)^2+1$의 그래프
➔ 축의 방정식: $x=3$
꼭짓점의 좌표: $(3,\ 1)$

● 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는

$$y=a(x-p)^2+q$$

의 꼴로 바꾸어 그릴 수 있다.

O, X 문제

다음 문장이 옳으면 O, 옳지 않으면 X를 ( ) 안에 쓰시오.

1 이차함수 $y=4x^2+3$의 그래프는 y축에 대칭이다. ( )

2 이차함수 $y=3(x-2)^2$의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다. ( )

3 이차함수 $y=-3(x+4)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ 0)$이다. ( )

4 이차함수 $y=-(x-1)^2+3$의 그래프는 직선 $x=-1$에 대칭이다. ( )

기초 문제

1 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=6x^2$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하시오.

(1) $y=6x^2-5$

(2) $y=6(x+4)^2$

(3) $y=6(x-2)^2+7$

2 다음은 이차함수 $y=2x^2+8x-4$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어 그 그래프의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 수를 쓰시오.

$y=2x^2+8x-4$
$=2(x^2+4x)-4$
$=2(x^2+4x+\square-\square)-4$
$=2(x^2+\square x+\square)-\square-4$
$=2(x+\square)^2-\square$

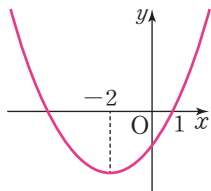
따라서 축의 방정식은 $x=\square$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(\square,\ \square)$이다.

기본 문제

3 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 점 $(1, 2)$를 지날 때, 수 a의 값을 구하시오.

4 다음은 어떤 이차함수의 그래프에 대한 성질이다. 이 이차함수의 식을 구하시오.

- 꼭짓점이 x축 위에 있다.
- 축의 방정식은 $x=3$이다.
- 점 $(5, 8)$을 지나는 포물선이다.

5 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-p)^2+q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 두 수 p, q의 값을 각각 구하시오.

6 다음 보기 중에서 이차함수 $y=-3x^2+12x-3$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾으시오.

보기

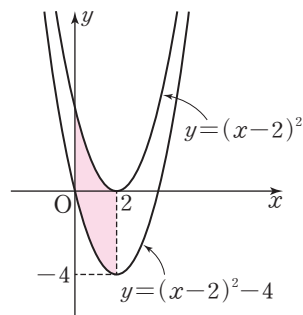
ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 9)$이다.

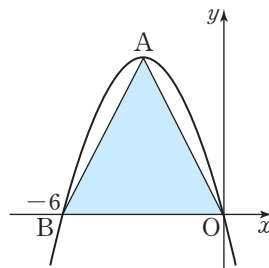
ㄴ. y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$이다.

ㄷ. 축의 방정식은 $x=2$이다.

ㄹ. 제2사분면은 지나지 않는다.

도전 문제

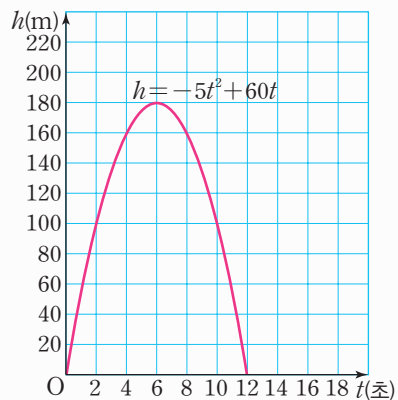
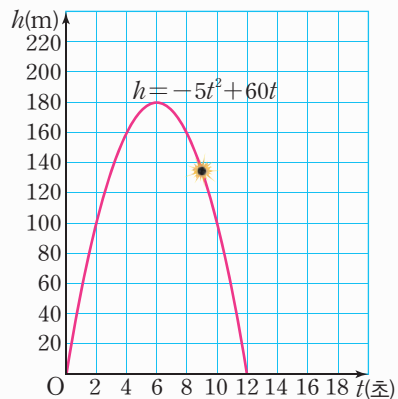
7 다음 그림은 두 이차함수 $y=(x-2)^2$, $y=(x-2)^2-4$의 그래프이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

8 다음 그림은 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프이다. 이 그래프의 꼭짓점을 A라 하고, 포물선이 x축과 만나는 두 점을 각각 B, O라고 하자. △ABO의 넓이가 18일 때, 세 수 a, b, c의 값을 각각 구하시오.

스스로 푸는 자기 주도 학습 수학 익힘책 ▶ 235쪽

두 번째 폭죽은 언제 쏘아 올려야 할까?

문제 해결

활동 목표 그래프를 이용하여 폭죽을 쏘아 올릴 때 필요한 시간 차이를 알 수 있다.

불꽃놀이 축제에서 같은 종류의 폭죽 2개를 시간 차를 두고 쏘아 올릴 때, 각각 미리 설정한 높이에서 두 개의 폭죽을 동시에 터뜨리려면 어떻게 하면 되는지 알아보자.

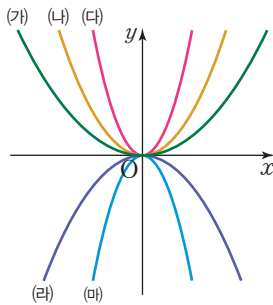
1 첫 번째 폭죽을 쏘아 올린 지 t초 후의 폭죽의 높이를 h m라고 할 때, $h=-5t^2+60t$인 관계가 성립한다고 한다. 2초 후에 쏘아 올린 두 번째 폭죽의 높이를 나타내는 함수의 그래프를 이차함수 $h=-5t^2+60t$의 그래프를 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그리고, 그 함수의 식을 구해 보자.

2 **1**에서 두 개의 폭죽을 쏘아 올리는 시간 간격을 조정하여 첫 번째 폭죽은 내려오면서 135 m 높이에, 두 번째 폭죽은 올라가면서 100 m 높이에 도달하는 순간에 동시에 터뜨리려고 한다. 두 개의 폭죽을 얼마만큼의 시간 차를 두고 쏘아 올려야 하는지 그래프를 이용하여 구해 보자.

대단원 학습 평가

1 ●○○
이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 두 점 $(2,\ -2)$, $(-6,\ k)$를 지날 때, 두 수 a, k의 값을 각각 구하시오.

2 ●●○
어느 창던지기 선수가 던진 창의 t초 후의 높이를 h m라고 하면

$$h=-5t^2+20t+1.7$$

인 관계가 성립한다고 한다. 이때 던진 지 0.6초 후의 창의 높이를 구하시오.

3 ●●○
아래 그림은 보기의 이차함수의 그래프를 나타낸 것이다. 다음 중에서 그래프와 그 식이 바르게 짝 지어진 것은?

보기

ㄱ. $y=x^2$ ㄴ. $y=2x^2$ ㄷ. $y=-2x^2$

ㄹ. $y=\frac{1}{2}x^2$ ㅁ. $y=-\frac{3}{4}x^2$

① (가) – ㄴ ② (나) – ㄹ ③ (다) – ㄷ
④ (라) – ㅁ ⑤ (마) – ㄱ

4 ●●○
다음 이차함수의 그래프 중에서 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것은?

① $y=-3x^2-2$ ② $y=2\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
③ $y=\frac{2}{3}x^2+x$ ④ $y=3x^2+x+1$
⑤ $y=-\frac{2}{3}(x-4)^2+2$

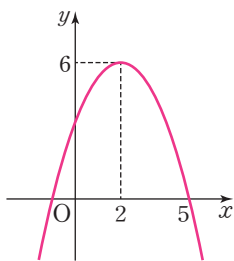
5 ●●○
다음은 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2+3$의 그래프에 대한 학생들의 대화이다. 옳게 설명한 학생을 모두 찾으시오.

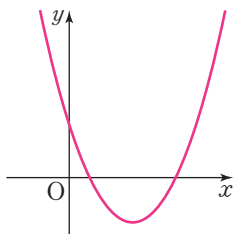
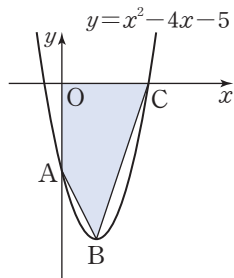
정답 및 해설 ▶ 256쪽

●●○

6 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 이 이차함수의 식을 구하시오.

(단, a, b, c는 수)

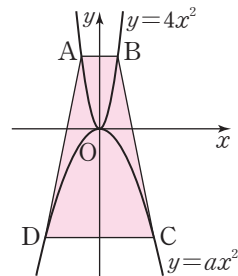
●●○

7 이차함수 $y=ax^2-6x+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하시오. (단, a, b는 수)

●●●

8 오른쪽 그림은 이차함수 $y=x^2-4x-5$의 그래프이다. 이 그래프가 y축과 만나는 점을 A라 하고, 꼭짓점을 B, x축의 양의 부분과 만나는 점을 C라고 할 때, 점 C의 좌표는 $(5, 0)$이다. 이때 □OABC의 넓이를 구하시오.

서술형 문제

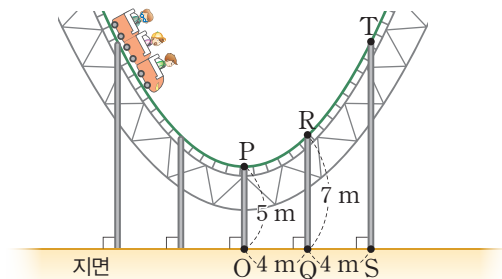
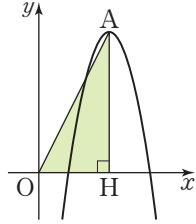
[9~12] 다음 문제의 풀이 과정을 자세히 쓰시오.

●●●

9 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=4x^2$의 그래프 위에 선분 AB가 x축과 평행하도록 두 점 A, B를 잡고, 이차함수 $y=ax^2$ $(a<0)$의 그래프 위에 □ABCD가 사다리꼴이 되도록 두 점 C, D를 잡으면 점 A의 좌표는 $(-1, 4)$이고, $\overline{CD}=3\overline{AB}$이다. □ABCD의 넓이가 36일 때, 수 a의 값을 구하시오.

●●○

10 다음 그림은 포물선 모양의 놀이 기구 레일의 일부분이다. 지점 O에서 지점 P까지의 높이가 5 m이고 지점 O에서 4 m 떨어진 지점 Q에서 지점 R까지의 높이가 7 m일 때, 지점 O에서 8 m 떨어진 지점 S에서 지점 T까지의 높이를 구하시오.

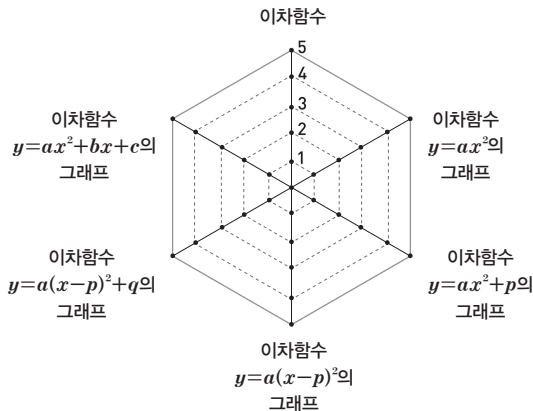
(단, 점 P는 포물선의 꼭짓점이다.)

●●○

11 오른쪽 그림은 이차함수 $y=-2(x-p)^2+p+3$의 그래프이다. 이 그래프의 꼭짓점을 A라 하고, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라고 하자. △AOH의 넓이가 9일 때, 점 A의 좌표를 구하시오.

(단, 점 A는 제1사분면 위의 점이다.)

●●●

12 이차함수 $y=ax^2-2ax+b$의 그래프가 점 $(-1,\ 13)$을 지나고, 이 그래프의 꼭짓점이 일차함수 $y=-2x+7$의 그래프 위의 점일 때, 두 수 a, b의 값을 각각 구하시오.

자기 평가

1 이 단원에서 학습한 내용에 대한 나의 성취 수준을 다음 그림에 점으로 표시하고, 이웃한 점을 선으로 연결해 보자.

| 성 취 수 준 |

1수준: 개념을 이해하기 어려웠다.
2수준: 문제를 해결하기 어려웠다.
3수준: 문제를 일부 해결하였다.
4수준: 문제를 대부분 해결하였다.
5수준: 문제를 모두 해결하였다.

이해가 부족한 내용은 본문을 복습!
문제가 더 필요하면
수학 익힘책 ▶ 234~235쪽

2 이 단원을 시작할 때 세운 학습 계획을 잘 실천하였는지 평가해 보고, 이해하기 어려웠던 내용을 적어 보자.

꿈! 수학과 만나다

컴퓨터 게임 개발자

컴퓨터 게임 개발자가 하는 일은?

컴퓨터 게임 개발자는 보통 컴퓨터 게임 기획자나 디자이너와 한 팀을 이루어 개발을 수행한다. 기획 단계에서 판단한 시장성이나 성공 가능성 등에 근거하여 디자인 단계에서 소비자의 흥미를 끌 수 있는 스토리와 인터페이스가 결정되면, 컴퓨터 게임 개발자는 컴퓨터 게임의 기능, 시각적 효과 등을 정교하게 구현하여 컴퓨터 게임 프로그램을 만드는 일을 한다.

컴퓨터 게임 개발에 수학이 이용되나요?

컴퓨터 게임에서는 장애물을 피하거나 목표물을 맞히는 등의 기능을 시각적으로 구현하는 경우가 많다. 이때 컴퓨터 게임 상황에서 얼마나 현실감 있고 정교하게 컴퓨터 게임의 기능을 실현하는가는 매우 중요한 요소이다. 예를 들어 컴퓨터 게임에서 대포알을 발사하는 경우에 대포알이 지나가는 경로를 정교하게 구현하기 위해서는 이차함수와 그 그래프에 대한 이해가 필요하다.

수학 + 과학

연속 촬영은 일정한 시간 동안 일정한 간격으로 대상을 자동 촬영하는 것을 말한다. 빠르게 움직이는 대상을 매 순간 포착하여 한 장의 이미지로 만들고 싶을 때 연속 촬영은 매우 효과적이다. 대부분의 스마트폰 카메라는 연속 촬영 기능을 지원한다.

연속 촬영을 이용하여 이차함수의 식을 찾는 방법

❶ 우리 생활 주변에서 포물선 모양을 그리며 움직이는 대상을 생각한다.

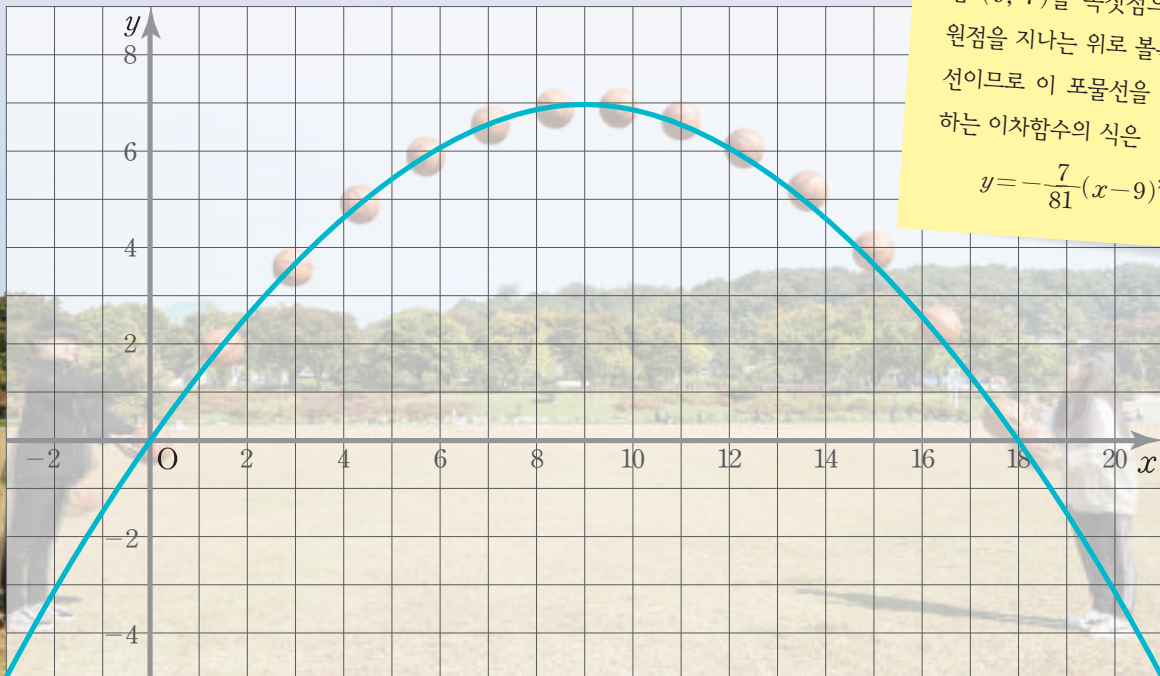
❷ ❶의 대상을 연속 촬영한다.

❸ 대상의 전체적인 움직임을 한눈에 볼 수 있도록 한 장의 사진으로 만들고 인쇄한다.

❹ 인쇄한 사진 위에 대상이 움직이기 시작한 지점을 원점으로 하여 좌표축을 그리고, 모눈을 적당히 그린다.

❺ 대상이 움직이는 경로에 알맞은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구한다.

예시

y, 8, 6, 4, 2, −2, −4, O, −2, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, x

이차함수의 식 구하기

점 (9, 7)을 꼭짓점으로 하고, 원점을 지나는 위로 볼록한 포물선이므로 이 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은

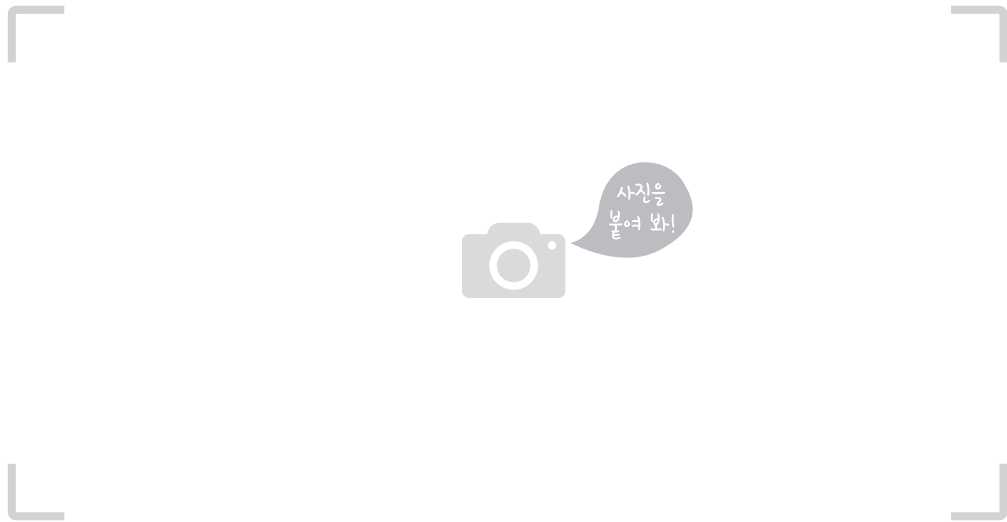
$$y=-\frac{7}{81}(x-9)^2+7$$

포물선 모양을 그리며 움직이는 대상을 찾아 이차함수의 식을 구해 보자.

활동지 연속 촬영을 이용하여 이차함수의 식 찾기

■ 모둠명:

■ 모둠원:

1 연속 촬영을 이용하여 대상의 전체적인 움직임을 한눈에 볼 수 있도록 인쇄한 사진을 붙이고, 사진 위에 대상이 움직이기 시작한 지점을 원점으로 하여 좌표축과 모눈을 그려 보자.

2 대상이 움직이는 경로에 알맞은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 찾아보자.

이차함수의 식 구하기

동료 평가	활동에 적극적으로 참여하였는가?
	친구의 의견을 잘 듣고 존중하였는가?
	활동 과정에서 다양하고 좋은 의견을 많이 냈는가?
	활동 과정에서 서로 협력하였는가?

스스로 푸는 자기 주도 학습

수학 익힘책

●○○
1 다음 중에서 이차함수인 것에 ○, 이차함수가 아닌 것에 ×를 ( ) 안에 쓰시오.

(1) $y=-4x+2$ ( )

(2) $y=x^2+3x-1$ ( )

(3) $y=-\dfrac{5}{x}$ ( )

(4) $y=x^2-(x+1)^2$ ( )

●●○
2 이차함수 $f(x)=3x^2-x+k$에서 $f(-1)=4$일 때, 수 k의 값을 구하시오.

●○○
3 다음 보기의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중에서 옳지 않은 것을 모두 찾으시오.

• 보기 •

ㄱ. $y=2x^2$의 그래프는 y축에 대칭이다.

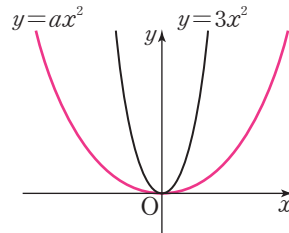
ㄴ. $y=-3x^2$의 그래프는 제1사분면과 제4사분면을 지난다.

ㄷ. $y=-4x^2$의 그래프는 $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

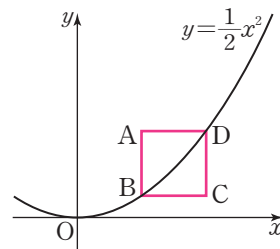
ㄹ. $y=3x^2$의 그래프와 $y=-2x^2$의 그래프는 만나지 않는다.

●●○
4 x의 각 값에 대하여 이차함수 $y=ax^2$의 함숫값은 이차함수 $y=2x^2$의 함숫값의 3배이다. 또 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 이차함수 $y=bx^2$의 그래프가 x축에 서로 대칭일 때, 두 수 a, b의 값을 각각 구하시오.

●●○
5 두 이차함수 $y=ax^2$, $y=3x^2$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중에서 수 a의 값이 될 수 없는 것을 모두 찾으시오.

-1　　$\dfrac{2}{3}$　　2　　4

●●○
6 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 두 점 $(2, -3)$, $\left(k, -\dfrac{4}{3}\right)$를 지날 때, 수 k의 값을 모두 구하시오. (단, a는 수)

●●●
7 다음 그림과 같이 제1사분면 위에 각 변이 각각 x축 또는 y축에 평행한 정사각형 ABCD가 있다. 두 점 B, D는 이차함수 $y=\dfrac{1}{2}x^2$의 그래프 위의 점이고, 점 D의 x좌표는 점 B의 x좌표의 2배일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하시오.

●○○

1 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=5x^2$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하시오.

(1) $y=5x^2+4$

(2) $y=5(x+3)^2$

(3) $y=5(x-6)^2+7$

●○○

2 다음 이차함수의 그래프의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하시오.

(1) $y=3x^2+2$

(2) $y=2(x+1)^2$

(3) $y=-(x-3)^2+6$

(4) $y=-2x^2+6x$

●●○

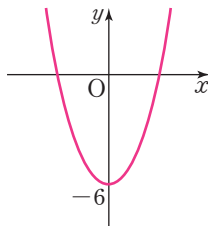
3 다음 보기 중에서 그 그래프를 평행이동하여 보기 중의 다른 한 그래프와 포갤 수 없는 것을 찾으시오.

• 보기 •

ㄱ. $y=x^2$	ㄴ. $y=-2x^2+1$
ㄷ. $y=2x^2$	ㄹ. $y=-2x^2+4x-2$
ㅁ. $y=-2x^2+6x$	ㅂ. $y=x^2+2x-1$

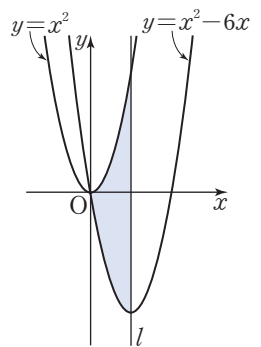
●●○

4 오른쪽 그림은 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 평행이동한 그래프이다. 이 그래프가 점 $(2, k)$를 지날 때, 수 k의 값을 구하시오.

●●○

5 이차함수 $y=ax^2+bx+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -6)$일 때, 두 수 a, b의 값을 각각 구하시오.

●●●

6 오른쪽 그림은 두 이차함수 $y=x^2$, $y=x^2-6x$의 그래프이다. 직선 l이 이차함수 $y=x^2-6x$의 그래프의 축일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

●●●

7 오른쪽 그림과 같이 직사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, D가 이차함수 $y=-x^2+8x$의 그래프 위에 있고 두 꼭짓점 B, C가 x축 위에 있다. 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 34일 때, 점 A의 좌표를 구하시오.